

LNF - 64/5  
9 Marzo 1964.

E. Ferlenghi e L. Mango: CALCOLI PER L'OTTICA DI TRASPORTO  
NEL LINAC DI FRASCATI DI POSITRONI ACCELERATI DA UN'ON  
DA NON PIANA. -

(Nota interna n. 233)

Nota interna: n. 233

9 Marzo 1964.

E. Ferlenghi e L. Mango : CALCOLI PER L'OTTICA DI TRASPORTO NEL LINAC DI FRASCATI DI POSITRONI ACCELERATI DA UN'ONDA NON PIANA. -

1. - Questo lavoro rappresenta il proseguimento diretto di quanto esposto nella nota (1) degli stessi autori, alla quale rimandiamo senza altro per ciò che riguarda la logica generale e le schematizzazioni. Rispetto a quella nota qui vengono introdotte approssimazioni che permettono di trattare con maggiore aderenza alla realtà il problema del trasporto dei positroni nell'acceleratore lineare di Frascati.

Più esattamente si sono migliorate le approssimazioni per ciò che riguarda:

- a) l'accettanza geometrica del sistema ottico di trasporto;
- b) l'entità del campo elettrico dell'onda accelerante, che viene ora considerata non piana;

I risultati qui ottenuti devono essere confrontati direttamente con quelli esposti nel lavoro (1), per i casi ritenuti più significativi.

2. - Cerchiamo di stabilire un criterio in base al quale si possa riconoscere se la particella generica rimane geometricamente all'interno della lente di adattamento A. Tale criterio sarà sostitutivo delle considerazioni svolte nel punto 3b) della nota citata, considerazioni che consistevano nell'estensione alla particella generica del criterio più semplice di accettanza geometrica valida per particelle da sorgente puntiforme. In effetti il criterio basato sul valore dell'energia  $\mathcal{E}$  della particella in esame ( $\mathcal{E} \cong E$ ?) e quindi sull'angolo percorso nel piano trasverso allo asse ( $\pi E/\mathcal{E} \cong \pi$ ?) è rigorosamente valido solo per particelle provenienti dall'asse. Non si commetteva tuttavia un errore apprezzabile (come si può constatare dal confronto con i risultati del presente lavoro) applicando il medesimo criterio a particelle non uscenti dall'asse.

Se facciamo coincidere l'origine del sistema di coordinate (x, y) (piano trasverso all'asse del linac) con il centro della targhetta-convertitore, alla particella generica possiamo assegnare coordinate

$$x = x_0 + r \sin(\omega t + \alpha)$$

(1)

$$y = y_0 + r \cos(\omega t + \alpha)$$

essendo  $(x_0, y_0)$  le coordinate del centro di spiralizzazione, r il raggio di spiralizzazione,  $\omega$  la frequenza di spiralizzazione,  $\alpha$  l'angolo secon

do il quale si distribuisce il momento trasverso della particella lungo gli assi  $x, y$ .

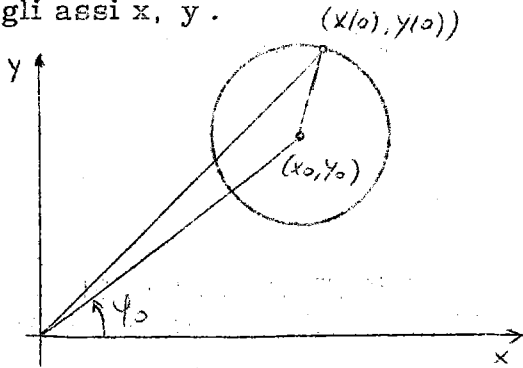


Fig. 1

Passiamo al sistema  $(x', y')$ , ruotato dell'angolo  $\psi_0$  rispetto al sistema  $(x, y)$  (vedi fig. 1). Le coordinate correnti della particella sono nel nuovo riferimento

$$(2) \quad \begin{aligned} x'(t) &= \varrho_0 + r \sin(\omega t + \alpha + \psi_0) \\ y'(t) &= r \cos(\omega t + \alpha + \psi_0) \end{aligned}$$

e le coordinate del punto di massima distanza della particella dall'origine, durante il suo moto di spiralizzazione, sono

$$x'_{\max} = \varrho_0 + r \quad y'_{\max} = 0$$

Indicando con  $\alpha'$  l'angolo  $(\alpha + \psi_0)$ , avremo per la particella generica la situazione descritta in fig. 2.

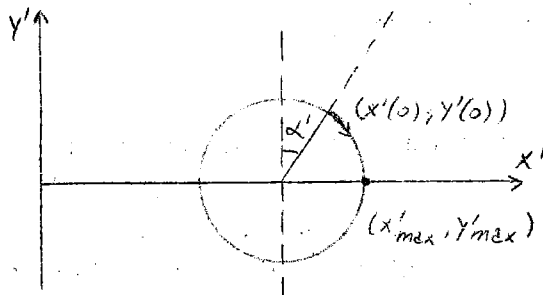


Fig. 2

Dalla posizione iniziale  $(x'(0), y'(0))$  la particella passerà, all'uscita della lente A, alla posizione  $(x'(T/2), y'(T/2))$  essendo  $T/2$  il semiperiodo definito nella nota (1), tale che

$$\omega T/2 = \pi E/\xi$$

con  $E$  = energia centrale delle particelle all'uscita della sorgente;  
 $\xi$  = energia della particella studiata.

Due sono i criteri in base ai quali si decide sulla accettabilità geometrica della particella generica: o essa nel suo moto passa attraverso il punto di distanza massima  $(x'_{\max}, y'_{\max})$ , e allora si confronta tale distanza massima con il raggio della lente A, per decidere se la particella è finita sulle pareti della lente A (chiamiamo questo con fronto Test 1; cfr. formula 3.3 della nota citata), oppure il punto  $(x'_{\max}, y'_{\max})$  non è attraversato dalla particella, e allora si confronta con il raggio della lente A la distanza finale (cioè al momento  $T/2$ ) della particella dall'asse della lente A (Test 2; cfr. formula 3.5 della nota (1)).<sup>(x)</sup>

Ricordiamo che i dati del problema trattato sono tali che l'angolo  $\pi E/\xi$  che si va ad aggiungere ad  $\alpha'$  per il moto della particella nel piano  $(x', y')$  è tale che, per qualsiasi valore concesso all'ener

(x) - In questo secondo caso, può essere che la distanza massima dallo asse raggiunta dalla particella nel suo moto all'interno della lente A sia quella corrispondente al momento iniziale. Ma allora, poichè nei calcoli consideriamo che tutta la targhetta-convertitore sia contenuta nella lente A, a maggior ragione il secondo criterio di confronto adottato ci dirà che la particella è stata geometricamente accettata. -

gia della particella, è

$$(3) \quad \pi/2 < \pi E/\xi < 3\pi/2$$

Allora è chiaro che (vedi fig. 2) se

$$0 \leq \alpha' \leq \pi/2$$

il punto  $(x'_{\max}, y'_{\max})$  viene comunque superato e dovrà essere il Test 1  $(r + \rho_0 \geq R_A)$  a decidere sulla accettabilità geometrica della data particella.

Se è invece

$$\pi/2 < \alpha' \leq \pi$$

il punto  $(x'_{\max}, y'_{\max})$  non verrà mai superato e perciò sull'accettabilità deciderà il Test 2  $(\rho \geq R_A)$ .

Per le particelle per cui è invece

$$\pi < \alpha' < 2\pi,$$

si dovrà ricorrere preventivamente al confronto dell'"angolo finale"  $\pi E/\xi + \alpha'$  con l'angolo della distanza massima  $(\pi/2) + 2\pi$ .

Da queste considerazioni deriva lo schema a blocchi della fig. 3.

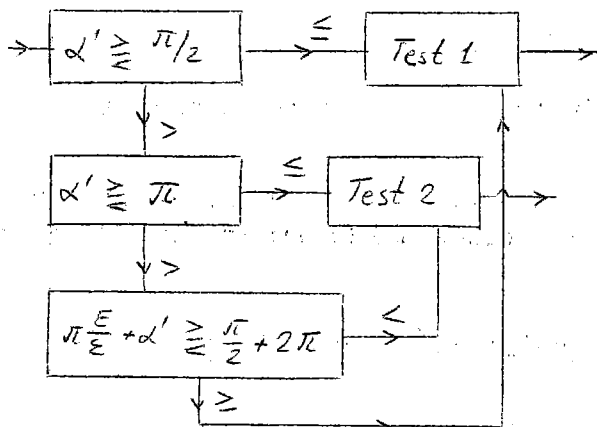


Fig. 3

Nella pratica risulta più comodo eseguire i confronti non sugli angoli  $\alpha'$  e  $(\pi E/\xi + \alpha')$  bensì sui loro seni e coseni.

Tenuto conto della condizione (3) e del fatto che il senso positivo dell'angolo  $\alpha'$  è quello orario (vedi fig. 2), avremo lo schema a blocchi della fig. 4.

La comodità di eseguire i confronti su seni e coseni deriva dal fatto che questi ultimi sono direttamente e semplicemente esprimibili attraverso grandezze che già sono usate

nel lavoro (1), nei termini del quale risulta essere:

$$(4) \quad \begin{aligned} \sin \alpha' &= \frac{1}{S_0} (\rho \sin \alpha - r) \\ \cos \alpha' &= \frac{\rho}{S_0} \cos \alpha \\ \cos (\alpha' + \pi \frac{E}{\xi}) &= \frac{1}{S_0} \left[ \rho \cos (\alpha + \pi \frac{E}{\xi}) + r \sin \pi \frac{E}{\xi} \right] \end{aligned}$$

(avendo posto, come in tutto il lavoro (1),  $\varphi = 0$ ).

Rimangono così stabiliti i nuovi criteri validi per particelle da sorgente estesa, per il calcolo dell'accettanza geometrica della prima parte del sistema di trasporto.

Invariata rimane la parte relativa al solenoide S (vedi punto 3c del lavoro citato).

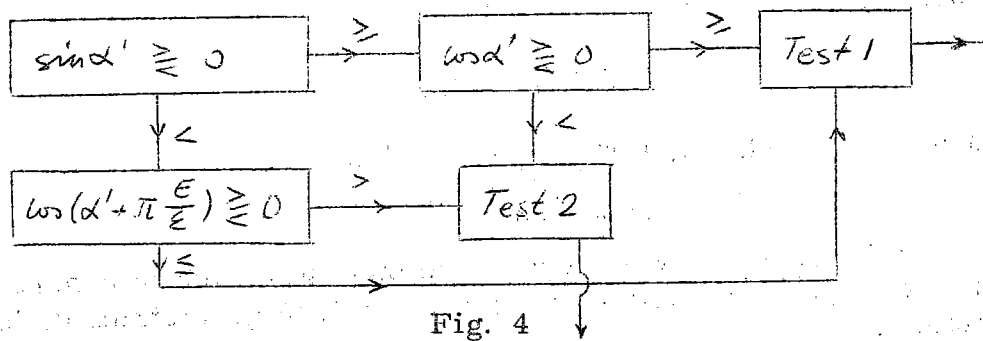


Fig. 4

3. - Nella seconda parte del calcolo ammetteremo la presenza nel solenoide S di un campo elettrico  $E_S$ , parallelo al campo magnetico  $H_S$ , che varia al variare della distanza dall'asse del sistema.

Sia

$$(5) \quad E_S(r) = \Delta E_S r^2 + E_{OS}$$

la dipendenza del campo dalla distanza r. Non considereremo, invece, il gradiente di campo nella direzione z.

Le equazioni del moto di una particella relativistica in campi elettrico e magnetico paralleli sono

$$(6) \quad \begin{aligned} \ddot{x} &= g H_S \dot{y} & \ddot{y} &= -g H_S \dot{x} \\ \ddot{z} &= g E_S(r) \dot{ct} & \ddot{ct} &= g E_S(r) \dot{z} \end{aligned}$$

dove  $g = e/(mc^2)$  e il punto sta ad indicare la derivazione rispetto al tempo proprio S.

Integrando le prime due equazioni delle (6) (con costanti di integrazione che si riferiscono alle coordinate della particella all'ingresso del solenoide S) otteniamo

$$(7) \quad \begin{aligned} x(s) &= \frac{\xi \tilde{Q}}{e H_S} \left\{ \sin(g H_S S + \tilde{\alpha}) - \sin \tilde{\alpha} \right\} + \underline{x} \\ y(s) &= \frac{\xi \tilde{Q}}{e H_S} \left\{ \cos(g H_S S + \tilde{\alpha}) - \cos \tilde{\alpha} \right\} + \underline{y} \end{aligned}$$

da cui si può desumere  $r^2 = x^2 + y^2$  che compare nella (5).

L'integrazione delle altre due equazioni delle (6) ci porta all'equazione

$$(8) \quad z + ct = A e^{g \int E_S ds}$$

con  $A = \frac{2 \xi}{mc^2}$ .

L'integrale  $\int E_S ds$  risulta essere :

$$(9) \quad \int E_S ds = \alpha S + \beta \sin g H_S S + \gamma \sin^2 \frac{g H_S S}{2}$$

con

$$\alpha \equiv E_{0s} + \Delta E_s (\tilde{\zeta}_0^2 + \tilde{r}^2)$$

$$\beta \equiv \Delta E_s \frac{1}{gH_s} \left[ x^2 + y^2 - (\tilde{r}^2 + \tilde{\zeta}_0^2) \right]$$

$$\gamma \equiv \Delta E_s \frac{4}{gH_s} \frac{H_A}{H_s} r \zeta_0 \cos \left( \alpha + \varphi_0 + \frac{\pi E}{\varepsilon} \right)$$

Introduciamo ora una semplificazione, che ci permetta di proseguire il calcolo. Dalla (9) è chiaro che i termini  $\beta \operatorname{sing} H_s S$  e  $\gamma \sin^2 g H_s S/2$  divengono senz'altro trascurabili rispetto al termine lineare  $\alpha s$  per grandi valori di  $S$ .

Per i valori che ci interessano in pratica dei parametri che entrano in  $\alpha, \beta, \gamma$  è altresì verificato che l'errore che si commette, trascurando  $\beta \operatorname{sing} H_s S$  e  $\gamma \sin^2 g H_s S/2$  rispetto ad  $\alpha s$ , è comunque piccolo (vedi Appendice). Potremo perciò assumere

$$(10) \quad \int E_s ds \approx \alpha s$$

$$\text{con} \quad \alpha = E_{0s} + \Delta E_s (\tilde{\zeta}_0^2 + \tilde{r}^2)$$

Questo assunto ha il significato fisico di sostituzione del campo elettrico effettivo incontrato dalla particella con un campo elettrico medio costante funzione delle condizioni iniziali della particella considerata. Applicando il teorema della media all'integrale che compare nella (10), abbiamo:

$$\int_0^s E_s ds = S E_s(\bar{S}) \quad 0 \leq \bar{S} \leq S$$

Ma dalla (5) si ha

$$E_s [r(\bar{S})] = E_{0s} + \Delta E_s r^2(\bar{S})$$

Confrontando questa espressione con  $\alpha$  della (10) concludiamo che

$$r^2(\bar{S}) = \tilde{\zeta}_0^2 + \tilde{r}^2$$

dove, come al solito,  $\tilde{r}$  è il raggio di spiralizzazione e  $\tilde{\zeta}_0$  è la distanza dall'origine del centro di spiralizzazione della particella nel solenoide  $S$ . L'approssimazione così introdotta ci permette di ricondurre il calcolo degli effetti dello sfasamento della particella (che spiralizza) rispetto all'onda accelerante e il calcolo dell'accelerazione della particella in un campo non uniforme al caso di campo costante, già trattato nel lavoro precedente. Di conseguenza abbiamo che:

a) rimane ovviamente invariato lo sfasamento nella lente  $A$ , in quanto non c'è campo:

$$(11) \quad \int \varphi_A = \frac{\pi}{\lambda} \zeta_0^2 L_A$$

b) l'energia acquisita dalla particella sarà (vedi la (5.8) di (1)):

$$(12) \quad \begin{aligned} \delta \varepsilon &= \cos \varphi_0 \left\{ A \cos \delta \varphi_A - B \sin \delta \varphi_A \right\} + \\ &+ \sin \varphi_0 \left\{ A \sin \delta \varphi_A + B \cos \delta \varphi_A \right\} \end{aligned}$$

dove

$$A = e\alpha L_S - e\alpha \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \tilde{I}_0^4 \frac{1}{a^3} \left[ 1 + aL_S - \frac{1}{1+aL_S} - 2 \ln(1+aL_S) \right]$$

$$B = e\alpha \frac{\pi}{\lambda} \tilde{I}_0^2 \frac{1}{a^2} \left[ aL_S - \ln(1+aL_S) \right]$$

$$a = \frac{e\alpha}{\varepsilon}$$

4. - I calcoli sono stati eseguiti per due casi: in entrambi si usa una sorgente con distribuzione gaussiana delle coordinate delle particelle; i valori dei campi erano:

$H_A = 17700$  gauss, per il campo magnetico della lente A,

$H_S = 2400$  gauss, per il campo magnetico del solenoide S;

l'energia della particella alla sorgente era

$$E = 10.5 \text{ MeV}; \quad \Delta E = \pm 2.5 \text{ MeV};$$

l'inclinazione massima delle particelle rispetto all'asse

$$\theta = 0.5 \text{ rad};$$

il raggio della lente

$$R_A = 1 \text{ cm}.$$

I due casi si distinguono per il valore del raggio del solenoide:

$$R_S = 1 \text{ cm}, \quad R_S = 0.5 \text{ cm}.$$

In tabella I sono riportati i risultati (da confrontarsi con gli analoghi risultati di tabella V del lavoro (1)) per il caso  $R_S = 1$  cm. Essi rappresentano la percentuale utile per l'iniezione del fascio già accettato geometricamente, assieme ai contributi convenientemente pesati delle corone circolari che costituiscono la sorgente con distribuzione gaussiana ( $\Lambda_1$  e  $\Lambda_2$  sono i due valori assunti per la largh. quadr. media). La sorgente è troncata al raggio  $T_2 = 0.3$  cm. Il punto centrale del fascio ha uno sfasamento rispetto all'onda elettromagnetica  $\varphi_0 = 4^\circ$  e  $\varphi_0 = 0^\circ$ .

I risultati riportati sotto la colonna " $E_M^f - 4$  MeV" si ottengono definendo utili per l'iniezione le particelle, la cui energia finale è compresa nell'intervallo ( $E_M^f; E_M^f - 4$  MeV), dove  $E_M^f$  è l'energia finale della particella sincrona (che viaggia nel sistema di trasporto sull'asse z) e la cui inclinazione finale rispetto all'asse del sistema è inferiore a  $10^{-3}$  rad.

Analogamente, i risultati sotto la colonna " $E_M^f \pm 2 \text{ MeV}$ " sono ottenuti definendo utili le particelle con energia finale nell'intervallo ( $E_M^f - 2 \text{ MeV}$ ;  $E_M^f + 2 \text{ MeV}$ ) e con inclinazione finale inferiore a  $10^{-3}$  rad.

Il calcolo è stato ripetuto per vari andamenti del campo accelerante (vedi la (5)): con "-1%" indichiamo che il campo è stato assunto decrescente all'aumentare della distanza dall'asse del sistema, in modo tale da differire dal valore del campo sull'asse, alla distanza di 1 cm, del -1%. Seguono "-0.5%", che ha significato analogo; "0%" (campo uniforme); "0.5%"; "1%" (nei quali due ultimi casi il campo è crescente all'aumentare della distanza).

Le righe precedute da asterisco danno le percentuali per fascio. Le percentuali di fascio utile vengono riportate, a parità di parametri e di sfasamento (e quindi per colonne indicate con 1, 2, ecc.), al variare dell'andamento del campo  $E_S$  nel grafico 1<sup>(x)</sup>.

In tabella II sono riportati analoghi risultati (da confrontarsi con i corrispondenti di tabella V del lavoro (1)) per il caso  $R_S = 0.5 \text{ cm}$ . La sorgente è troncata al raggio  $T_2 = 0.15 \text{ cm}$ . I rimanenti parametri sono invariati. In grafico 2 sono riportate le percentuali di questo caso con criteri uguali a quelli del grafico 1<sup>(x)</sup>.

In tabella III sono riportati i valori assoluti (in  $\mu\text{A}$ ) della corrente di positroni ritenuti utili per l'iniezione, per il caso  $R_S = 1 \text{ cm}$ , e per i valori dei rimanenti parametri definiti per la tabella I. Utili sono definiti i positroni che abbiano l'energia che cade nell'intervallo ( $E_M^f$ ;  $E_M^f - 4 \text{ MeV}$ ) e inclinazione rispetto all'asse del sistema inferiore a  $10^{-3}$  rad. Tali valori assoluti (per diversi sfasamenti del punto centrale del fascio e per diverse largh. quadr. medie della gaussiana, secondo cui è distribuito il fascio di elettroni incidente) sono dati in dipendenza dall'andamento del campo accelerante nel solenoide S.

In tabella IV si riportano risultati analoghi per il caso  $R_S = 0.5 \text{ cm}$ .

I risultati delle tabelle III e IV vanno confrontati con quelli corrispondenti della tabella VII di (1).

Ringraziamo il Prof. M. Ageno per l'aiuto gentilmente concessoci nell'uso del calcolatore IBM 7040 dell'Istituto Superiore di Sanità, e la Dott. ssa M. A. Mencuccini-Spano per l'elaborazione del programma di calcolo.

---

(x) - Dalla fig. 1 si osserva un andamento crescente, abbastanza regolare, delle curve. L'andamento delle curve di fig. 2 ( $R_S = 0.5 \text{ cm}$ ) è simile a quello delle curve di fig. 1, se si tiene conto della maggiore incidenza per questo caso degli errori statistici, in quanto nel caso  $R_S = 0.5 \text{ cm}$  il numero di particelle geometricamente accettate è molto minore che nel caso  $R_S = 1 \text{ cm}$ .



APPENDICE. -

Per valutare l'errore che si commette trascurando i termini trigonometrici rispetto a quello lineare in (9), per piccoli valori di S (dell'ordine di qualche cm lungo l'orbita effettiva della particella), considereremo il caso di S tali che l'integrale del campo (9)

$$\int E_S ds = \alpha s + \beta \sin g H_S S + \gamma \sin^2 \frac{g H_S S}{2}$$

può essere sostituito con l'espressione che si ottiene sviluppando in serie i termini trigonometrici

$$(A. 1) \quad \int E_S ds \approx \alpha s + \beta g H_S S + \gamma \left(\frac{g H_S S}{2}\right)^2$$

(per  $g H_S S < 1$ )

Sostituiamo in (A. 1) i valori di  $\alpha, \beta, \gamma$  dalle (9):

$$(A. 2) \quad \int E_S ds \approx E_{0S} S + \Delta E_S (\underline{x}^2 + \underline{y}^2) S + \Delta E_S g H_A r \rho_0 \cos(\alpha + \varphi_0 + \pi \frac{E}{\varepsilon}) S^2$$

Se, d'altra parte, trascuriamo i termini  $\beta \sin g H_S S$  e  $\gamma \sin^2 \frac{g H_S S}{2}$  rispetto ad  $\alpha s$ , otteniamo

$$(A. 3) \quad \int E_S ds \approx E_{0S} S + \Delta E_S (\tilde{s}_0^2 + r^2) S$$

Da confrontare tra loro risultano pertanto i termini correttivi

$$(A. 4) \quad (\underline{x}^2 + \underline{y}^2) + g H_A r \rho_0 \cos(\alpha + \varphi_0 + \pi \frac{E}{\varepsilon}) S$$

per il caso in cui non trascuriamo alcun termine; e

$$(A. 5) \quad (\tilde{s}_0^2 + r^2)$$

per il caso in cui si trascurino  $\beta$  e  $\gamma$ .

Se massimalizziamo l'espressione (A. 4), tenendo in conto che  $R_A = 1$  cm, per i valori

$$H_A = 17700 \text{ gauss}; \quad H_S = 2400 \text{ gauss}; \quad g \approx 6 \times 10^{-4}$$

vediamo che la correzione vale circa

$$1 + 2.7 s$$

Assumendo per S il massimo valore compatibile con la condizione di validità dello sviluppo (A. 1), e cioè 0.7, il termine correttivo assume il valore massimo 2.9.

Il termine (A. 5), invece, se assumiamo che sia  $R_S = 1$  cm, prende il valore massimo 0.5; mentre se  $R_S = 0.5$  cm ha il valore massimo 1/8.

Notiamo che quando il termine correttivo (A. 5) è nullo, anche la correzione (A. 4) diviene nulla.

L'errore che compiamo usando ovunque l'espressione (A. 3), invece della (A. 2), risulta effettivamente essere piccolo soprattutto per la considerazione essenziale che tale errore, di cui abbiamo valutato grosso modo l'entità nel caso peggiorativo di  $S$  molto piccoli, può incidere soltanto su un tratto, assolutamente trascurabile (quello iniziale, dell'ordine di alcuni cm di percorso) dell'intero percorso della particella all'interno del solenoide  $S$ , che è dell'ordine del centinaio di metri.

Bibliografia. -

- (1) - E. Ferlenghi e L. Mango, "Calcoli per l'ottica di trasporto dei positroni nell'acceleratore lineare di Frascati", Laboratori Nazionali di Frascati, LNF-63/70 (1963).

"E <sub>S</sub> "	T <sub>1</sub> (cm)	T <sub>2</sub> (cm)	"E <sub>M</sub> <sup>f</sup> - 4 MeV"				"E <sub>M</sub> <sup>f</sup> + 2 MeV"					
			λ <sub>1</sub> = 1 mm		λ <sub>2</sub> = 1.62 mm		λ <sub>1</sub> = 1 mm		λ <sub>2</sub> = 1.62 mm			
			4°	0°	4°	0°	4°	0°	4°	0°		
"1%"	0	0.01	0.37	0.38	0	0	0.04	0.04	0	0	0	0
	0.01	0.075	13.4	13.69	6.09	6.21	1.55	1.55	0.7	0.7	0.7	0.7
	0.075	0.15	8.71	8.71	7.29	7.29	1.4	1.4	1.17	1.17	1.17	1.17
	0.15	0.3	1.55	1.37	5.7	5.04	0.21	0.21	0.78	0.78	0.78	0.78
	0	0.3	24	24.2	19.1	18.5	3.2	3.2	2.7	2.7	2.7	2.7
"0.5%"	0	0.01	0.56	0.5	0	0	0.08	0.09	0	0	0	0
	0.01	0.075	18.85	17.59	8.55	7.98	2.51	2.64	1.14	1.14	1.20	1.20
	0.075	0.15	14.30	13.65	11.97	11.43	2.66	2.79	2.22	2.22	2.34	2.34
	0.15	0.3	2.29	2.03	8.42	7.49	1.4	0.73	5.43	5.43	2.83	2.83
	0	0.3	36	33.8	28.9	26.9	6.7	6.3	8.8	8.8	6.4	6.4
"0%"	0	0.01	0.67	0.56	0	0	0.12	0.13	0	0	0	0
	0.01	0.075	23.58	21.23	10.70	9.63	4.48	4.73	2.03	2.03	2.15	2.15
	0.075	0.15	20.5	18.96	17.16	15.87	5.92	6.06	4.95	4.95	5.07	5.07
	0.15	0.3	2.74	2.32	10.09	8.54	1.37	1.34	5.04	5.04	4.93	4.93
	0	0.3	47.5	43.1	38	34	11.9	12.2	12	12	12.2	12.2
"0.5%"	0	0.01	0.76	0.64	0	0	0.24	0.19	0	0	0	0
	0.01	0.075	26.51	23.87	12.03	10.83	9.51	8.67	4.31	4.31	3.93	3.93
	0.075	0.15	25.01	22.36	20.94	18.72	11.32	10.85	9.48	9.48	9.09	9.09
	0.15	0.3	3.40	2.74	12.53	10.09	1.97	1.65	7.26	7.26	6.09	6.09
	0	0.3	55.7	49.6	45.5	39.6	23	21.4	21.1	21.1	19.1	19.1
"1%"	0	0.01	0.81	0.7	0	0	0.42	0.33	0	0	0	0
	0.01	0.075	30.24	27.14	13.72	12.24	15.58	13.28	7.07	7.07	6.02	6.02
	0.075	0.15	25.43	23.76	21.29	19.89	16.77	15.46	14.04	14.04	12.95	12.95
	0.15	0.3	4.33	3.26	15.95	12.03	2.76	2.3	10.17	10.17	8.46	8.46
	0	0.3	60.8	54.9	51	44.2	35.5	31.4	31.3	31.3	27.4	27.4

TAB. I - Percentuale utile per l'iniezione del fascio già accettato geometricamente proveniente da sorgente circolare con distribuzione gaussiana troncata al raggio T<sub>2</sub> = 0.3 cm (R<sub>S</sub> = 1 cm).

"E <sub>s</sub> "	T <sub>1</sub> (cm)	T <sub>2</sub> (cm)	"E <sub>M</sub> <sup>f</sup> - 4 MeV"				"E <sub>M</sub> <sup>f</sup> ± 2 MeV"			
			Λ <sub>1</sub> = 1 mm		Λ <sub>2</sub> = 1.62 mm		Λ <sub>1</sub> = 1 mm		Λ <sub>2</sub> = 1.62 mm	
			4°	0°	4°	0°	4°	0°	4°	0°
"-1%"	0	0.01	0.56	0.70	0	0	0.1	0.11	0	0
	0.01	0.075	21.97	26.33	9.94	11.91	4.19	5.04	1.9	2.28
	0.075	0.15	15.98	17.38	13.38	14.55	9.32	10.86	3.8	9.09
	0	0.15	38.5	44.4	23.3	26.5	13.6	16	5.7	11.4
"-0.5%"	0	0.01	0.58	0.73	0	0	0.11	0.13	0	0
	0.01	0.075	23.52	28.01	10.64	12.67	5.33	6.01	2.41	2.72
	0.075	0.15	14.12	14.77	11.82	12.36	7.78	9.32	6.51	7.80
	0	0.15	38.2	43.5	22.5	25	13.2	15.5	8.9	10.5
"0%"	0	0.01	0.60	0.75	0	0	0.14	0.16	0	0
	0.01	0.075	25.07	29.82	11.34	13.49	6.43	7.56	2.91	3.42
	0.075	0.15	17.71	18.31	14.82	15.33	8.99	11.18	7.53	9.36
	0	0.15	43.4	48.9	26.2	28.8	15.6	18.9	10.4	12.8
"0.5%"	0	0.01	0.62	0.77	0	0	0.17	0.20	0	0
	0.01	0.075	26.59	31.21	12.03	14.12	8.40	9.79	3.80	4.43
	0.075	0.15	20.04	20.04	16.77	16.77	7.92	9.32	6.63	7.80
	0	0.15	47.3	52	28.8	30.9	16.5	19.3	10.4	12.2
"1%"	0	0.01	0.66	0.8	0	0	0.19	0.23	0	0
	0.01	0.075	27.85	32.89	12.6	14.88	9.53	11.34	4.31	5.13
	0.075	0.15	22.97	23.16	19.23	19.38	10.39	13.84	8.70	11.58
	0	0.15	51.5	56.9	31.8	34.3	20.1	25.4	13	16.7

TAB. II - Percentuale utile per l'iniezione del fascio già accettato geometricamente proveniente da sorgente circolare con distribuzione gaussiana troncata al raggio T<sub>2</sub> = 0.15 cm (R<sub>S</sub> = 0.5 cm).

"E <sub>S</sub> "	$\lambda_1 = 1 \text{ mm}$		$\lambda_2 = 1.62 \text{ mm}$	
	4°	0°	4°	0°
"-1%"	337	376	205	205
"-0.5%"	500	470	310	291
"0%"	664	596	414	376
"0.5%"	763	683	488	435
"1%"	833	757	529	477

TAB. III (  $i^+$  ( $\mu\text{A}$ ) )

Valori assoluti della corrente utile ( $E_M^f - 4 \text{ MeV}$ ) calcolati per due sfasamenti ( $\varphi_0 = 4^\circ$  e  $\varphi_0 = 0^\circ$ ) del punto centrale del fascio. La sorgente è gaussiana con largh. quadr. media  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . I valori sono dati in dipendenza dell'andamento del campo accelerante. I parametri non definiti hanno i valori precisati per la tab. I.  $R_S$  vale 1 cm.

"E <sub>S</sub> "	$\lambda_1 = 1 \text{ mm}$		$\lambda_2 = 1.62 \text{ mm}$	
	4°	0°	4°	0°
"-1%"	85	101	42	49
"-0.5%"	89	104	43	50
"0%"	96	114	47	55
"0.5%"	104	119	51	58
"1%"	110	126	55	62

TAB. IV (  $i^+$  ( $\mu\text{A}$ ) )

Valori assoluti della corrente utile ( $E_M^f - 4 \text{ MeV}$ ) calcolati per due sfasamenti ( $\varphi_0 = 4^\circ$  e  $\varphi_0 = 0^\circ$ ) del punto centrale del fascio. La sorgente è gaussiana con largh. quadr. media  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . I valori sono dati in dipendenza dell'andamento del campo accelerante. I parametri non definiti hanno i valori precisati per la tab. I.  $E_S$  vale 0.5 cm.

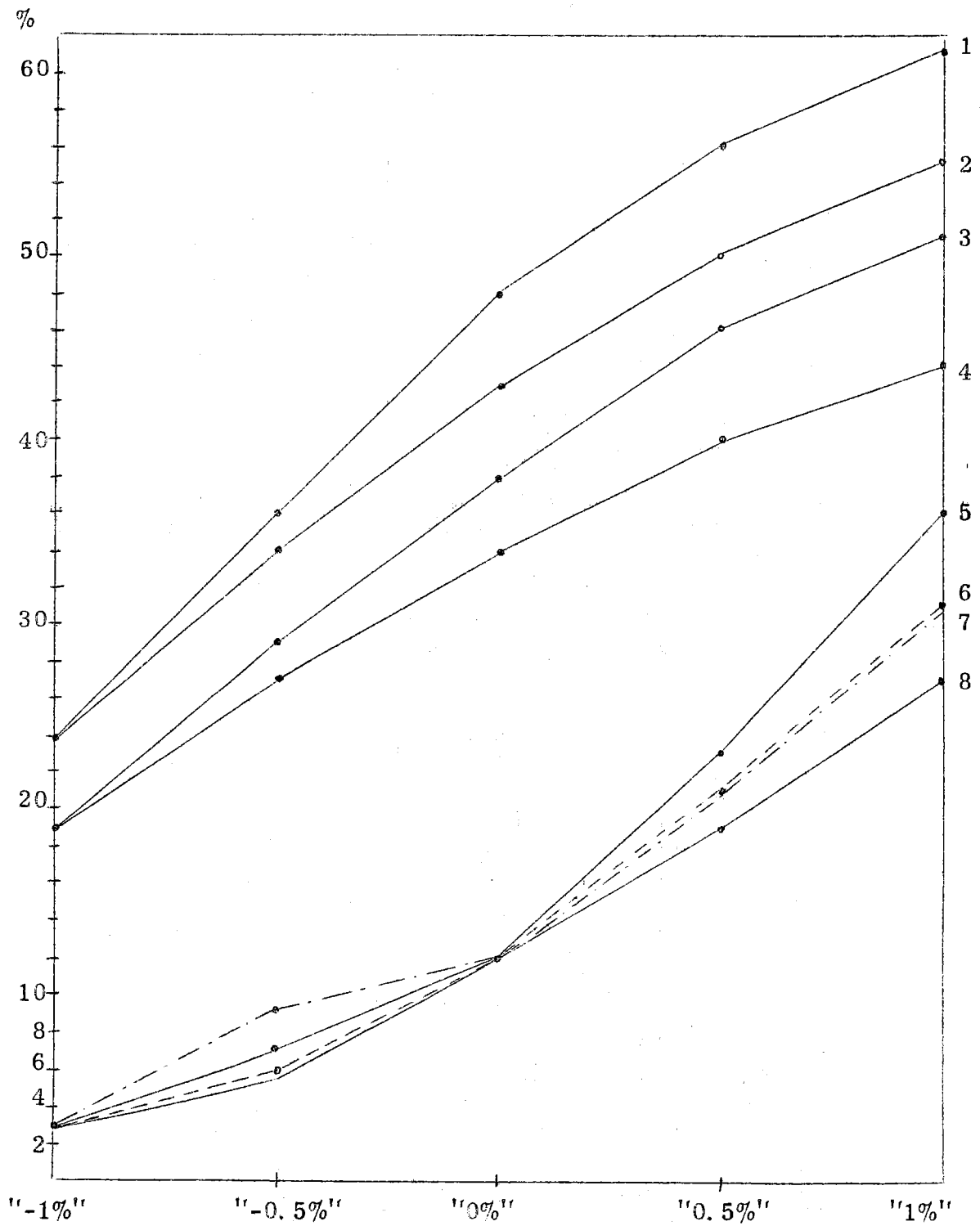


Grafico 1 - Percentuale di fascio utile in dipendenza dall'andamento del campo  $E_s$  (cfr. tab. I e § 4).  $R_s = 1$  cm.

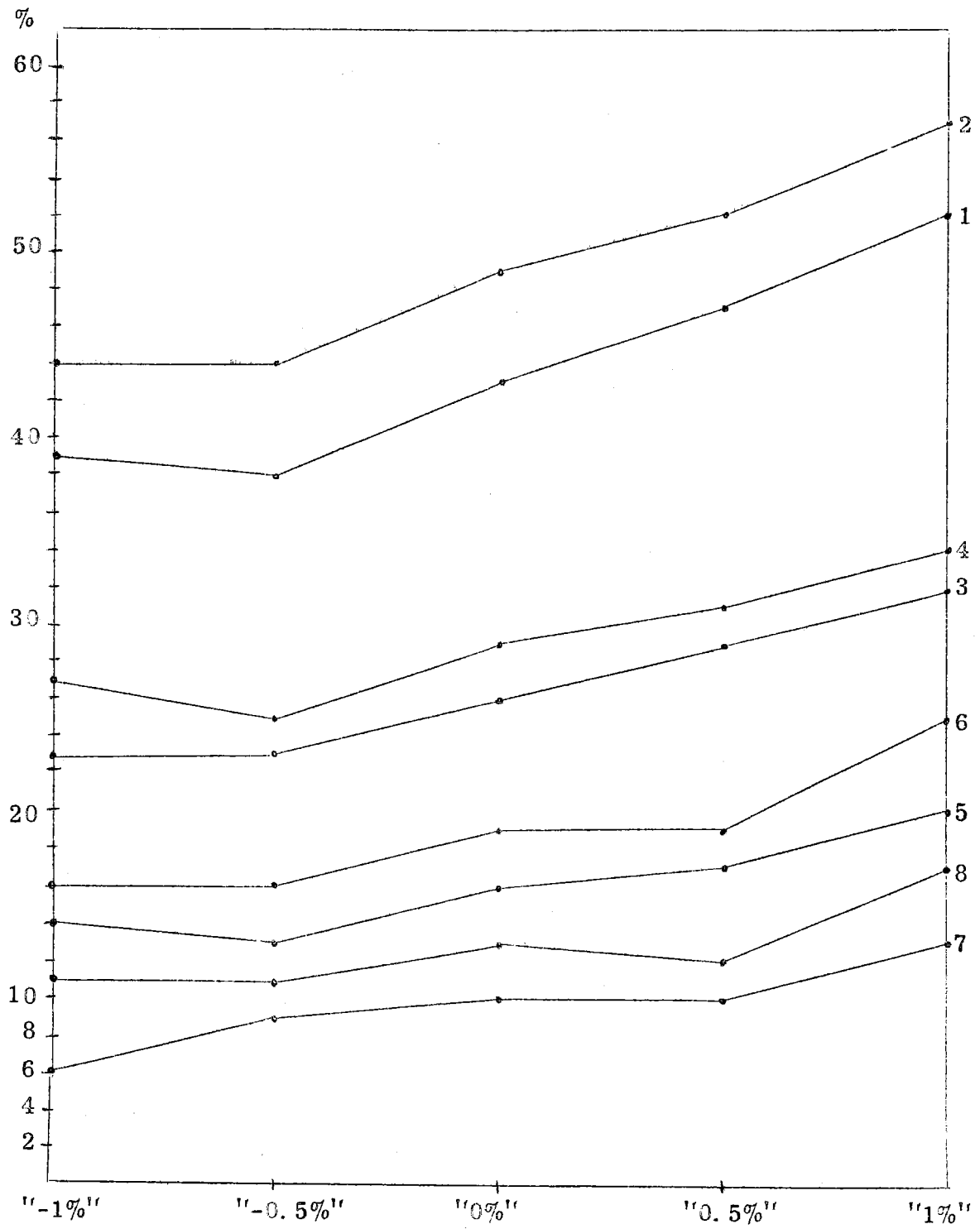


Grafico 2 - Percentuale di fascio utile in dipendenza dall'andamento del campo  $E_s$  (cfr. tab. II e § 4).  $R_s = 0.5$  cm.